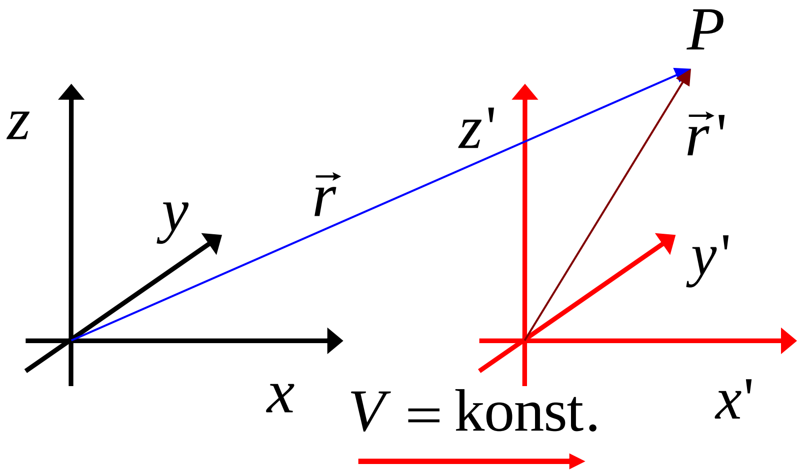
Galileova transformace



poloha

$$x' = x - Vt$$

$$y' = y$$

$$z' = z$$

rychlost

$$v_x' = v_x - V$$

$$v_y' = v_y$$

$$v_z' = v_z$$

zrychlení

$$a_x' = a_x$$

$$a_y' = a_y$$

$$a_z' = a_z$$

Neexistuje způsob jak určit absolutní rychlost

2. Newtonův zákon

$$ma_x = F_x \qquad ma_x' = F_x$$

$$ma_y = F_y \qquad ma_y' = F_y$$

$$ma_z = F_z \qquad ma_z' = F_z$$

Maxwellovy rovnice

Maxwellovy rovnice ve vakuu

$$\oint \vec{H} \mathrm{d}\vec{l} = I$$

Ampérův zákon

intenzita magnetického pole

celkový proud

$$\oint \vec{E} \mathrm{d}\vec{l} = -\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}$$

Zákon elektromagnetické indukce

intenzita elektrického pole

časová změna magnetického indukčního toku

$$\oint \vec{E} \mathrm{d}\vec{S} = \frac{Q}{\varepsilon_0}$$

Gaussův zákon elektrostatiky

$$\oint \vec{H} \mathrm{d}\vec{S} = 0$$

zákon spojitosti indukčního toku

- **nejsou invariantní vůči Galileově transformaci**
- **světlo ve vakuu se pohybuje rychlostí *c***

$$c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}$$

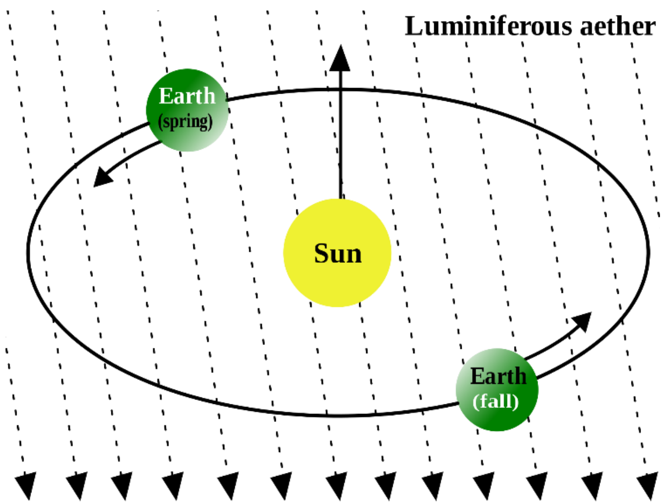
Michelsonův-Morleyův experiment

• Zvukové vlny jsou vlny vlněním látkového prostředí – kontinua

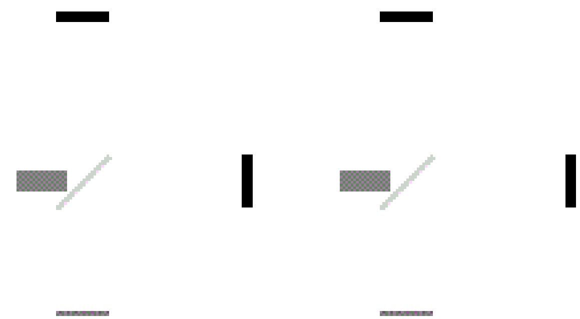
• Světlo je vlněním hypotetického éteru

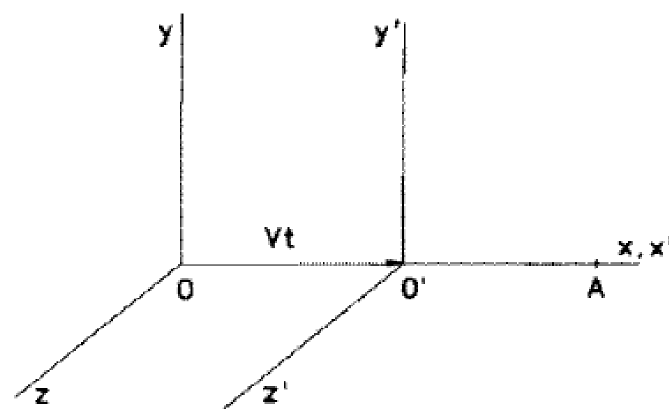
• Francouzský fyzik Augustin-Jean Fresnel vyslovil hypotézu, že éter je v celém vesmíru více méně nepohyblivý, takže by se k měření dal využít tzv. éterový vítr.

• relativní pohybem Země kolem Slunce (asi 30 km/s, 108 000 km/h, což je asi 1/10 000 rychlosti světla)



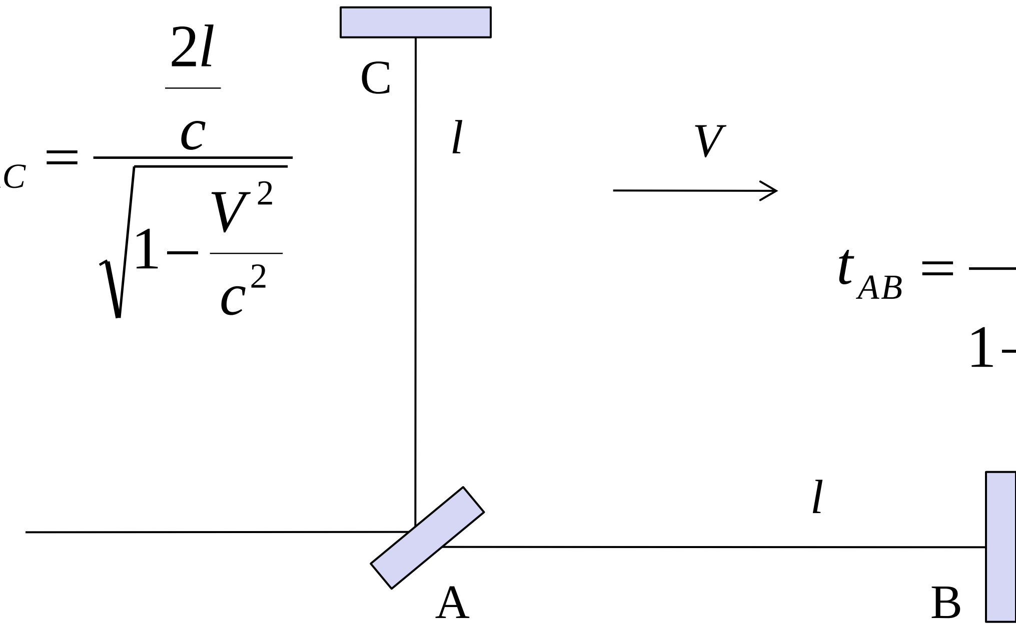
• **vliv éteru na rychlost světla**
(Albert Abraham Michelson, Berlín 1881)





$$x' = x - Vt\,, \qquad y' = y\,, \qquad z' = z\,, \qquad t' = t\,.$$

Michelsonův-Morleyův experiment



$$t_{AC} = \frac{\frac{2l}{c}}{\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}}$$

$$t_{AB} = \frac{\frac{2l}{c}}{1-\frac{V^2}{c^2}}$$

$$\frac{t_{AB}}{t_{AC}} = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}} > 1$$

- světlo sodíkové výbojky $\lambda = 550$ nm
- $l = 11$ m
- $V \approx 30$ km/s (rychlost oběhu Země kolem Slunce)
- **Adiční teorém skládání rychlostí** dle Galileovi transformace připouští libovolně velkou rychlost

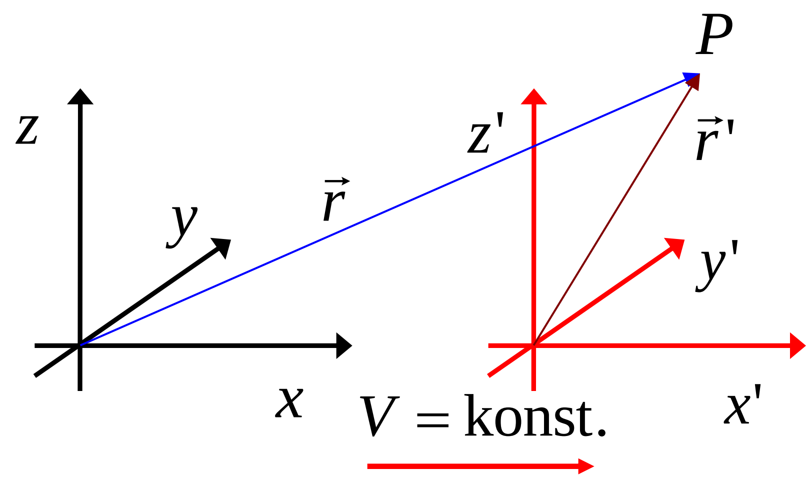
$$v_x = v'_x + V, \qquad v_y = v'_y, \qquad v_z = v'_z$$

Einsteinovy postuláty

• ***1. <u>Tvar fyzikálních zákonů</u> je nezávislý na volbě inerciální soustavy, a tudíž nelze žádným pokusem objevit tzv. privilegovanou soustavu (soustavu v absolutním klidu).***

• ***2. Rychlost elektromagnetického vlnění ve vakuu*** **c** ***je ve všech inerciálních soustavách stejná (nezávisí na vzájemné rychlosti pozorovatele a zdroje a je maximální rychlostí šíření fyzikálních účinků.***

Lorentzova transformace



- v čase $t = 0$: $x' = x$

A. Einstein

Lorentzova transformace odráží reálné vlastnosti prostoru a času.

- **Lorentzova transformace**

$$x' = \frac{x - Vt}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}$$

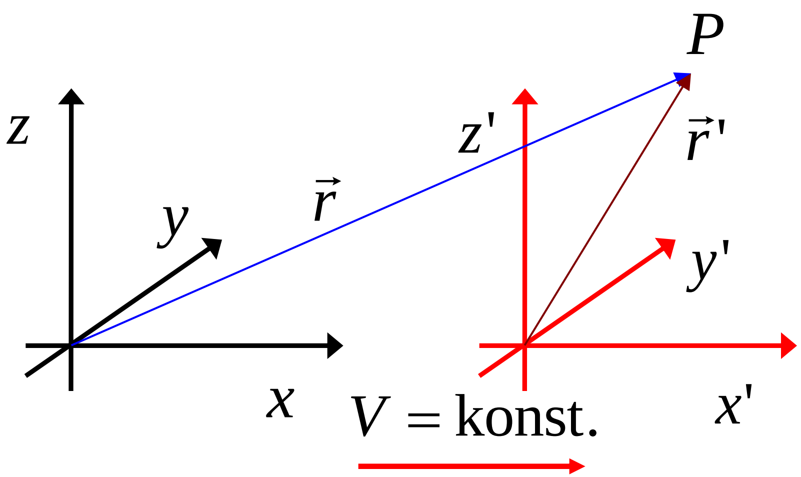
$$y' = y$$

$$z' = z$$

$$t' = \frac{t - \frac{V}{c^2}x}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}$$

- **Maxwellovy rovnice jsou invariantní vůči Lorentzově transformaci**

Lorentzova transformace – kinematické důsledky



- v čase $t = 0$: $x' = x$

zkrácení délky

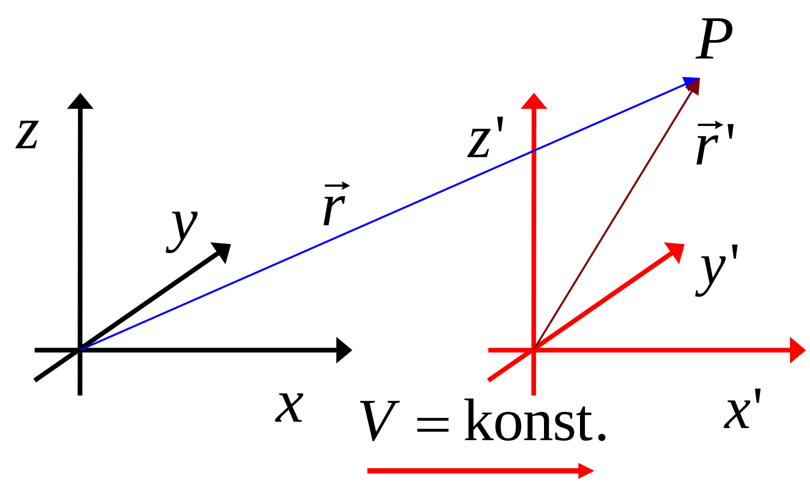
$$l = x_B - x_A$$

$$l' = x'_B - x'_A = \frac{l}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}$$

$$\Bigg\} \quad l = l'\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}$$

$$x' = \frac{x - Vt}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}$$

Lorentzova transformace – kinematické důsledky



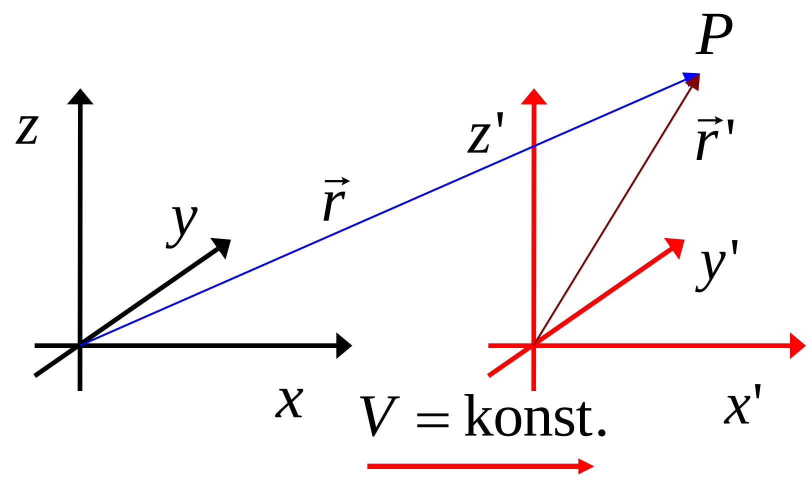
- v čase t = 0: x' = x

zpomalení času

$$\Delta t = t_2 - t_1 \qquad \Delta t' = t'_2 - t'_1 = \frac{\Delta t}{\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}}$$

$$t' = \frac{t - \frac{V}{c^2}x}{\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}}$$

Lorentzova transformace – kinematické důsledky



$$t' = \frac{t - \frac{V}{c^2}x}{\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}} \qquad x' = \frac{x - Vt}{\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}}$$

$$y' = y$$

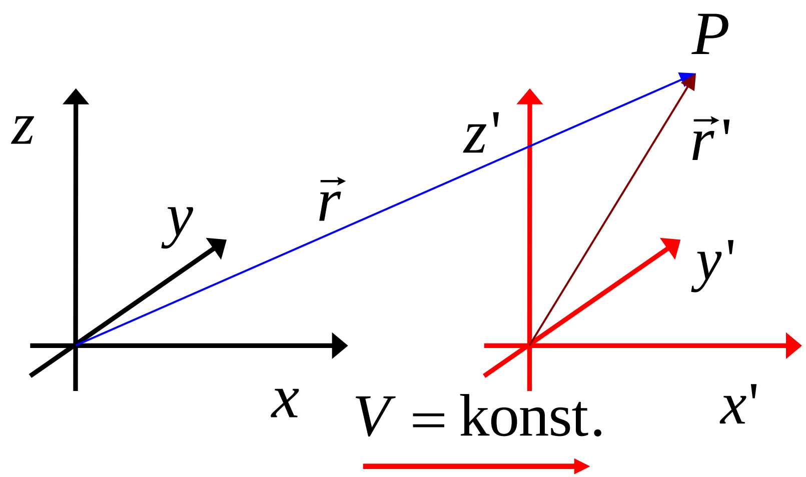
$$z' = z$$

- v čase $t = 0$: $x' = x$

narušení současnosti nesoumístných událostí

$$x_1, t_1 \quad x_2, t_2 = t_1 \qquad t_1' = \frac{t_1 - \frac{V}{c^2}x_1}{\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}} \qquad t_2' = \frac{t_1 - \frac{V}{c^2}x_2}{\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}} \qquad t_2' - t_1' = \frac{\frac{V}{c^2}\left(x_1 - x_2\right)}{\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}}$$

Lorentzova transformace – kinematické důsledky



$$x' = \frac{x - Vt}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}$$

$$y' = y$$

$$z' = z$$

$$t' = \frac{t - \frac{V}{c^2}x}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}$$

- v čase $t = 0$: $x' = x$

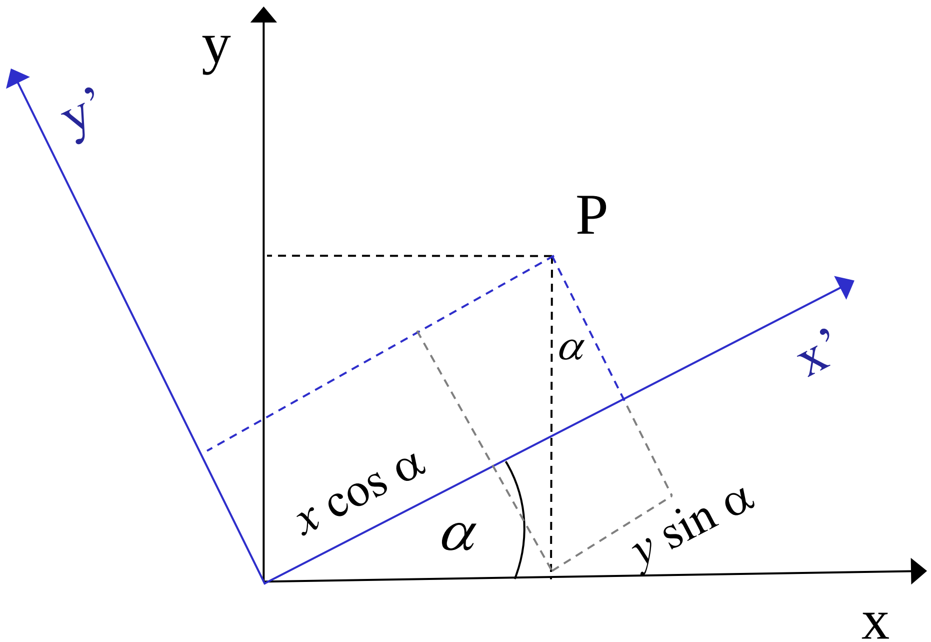
invariant vůči Lorentzově transformaci

$$x^2 + y^2 + z^2 - c^2t^2 = x'^2 + y'^2 + z'^2 - c^2t'^2$$

čtyřvektor (x, y, z, ict)

Souvislost Lorentzovy transformace a otáčení

- kartézská soustava souřadnic: *x*, *y*
- kartézská soustava otočená kolem osy *z* o úhel α: *x'*, *y'*



- Lorentzova transformace: „rotace“ v prostoru a čase

otočení

$$x' = x\cos\alpha + y\sin\alpha$$

$$y' = -x\sin\alpha + y\cos\alpha$$

Lorentzova transformace

$$x' = \frac{x - Vt}{\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}}$$

$$y' = y$$

$$z' = z$$

$$t' = \frac{t - \frac{V}{c^2}x}{\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}}$$

Relativistická dynamika – princip ekvivalence hmotnosti a energie

zahřívání plynu v uzavřené nádobě

$$\frac{m_0}{\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}} = m_0\left(1+\frac{1}{2}\frac{V^2}{c^2}+\frac{3}{8}\frac{V^4}{c^4}+\cdots\right)$$

Taylorův rozvoj

$$\frac{1}{\sqrt{1-x}} = \left(1+\frac{1}{2}x+\frac{3}{8}x^2+\cdots\right)$$

$$\underbrace{mc^2}_{\text{celková energie}} = \underbrace{m_0c^2}_{\text{klidová energie}} + \underbrace{\frac{1}{2}m_0V^2}_{\text{kinetická energie}} + \cdots$$

Energie tělesa je vždy rovna *mc²* $E = mc^2$

$$E^2 = m_0^2c^4 + p^2c^2$$

Relativistická dynamika – princip ekvivalence hmotnosti a energie

zahřívání plynu v uzavřené nádobě

$$\frac{m_0}{\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}} = m_0\left(1+\frac{1}{2}\frac{V^2}{c^2}+\frac{3}{8}\frac{V^4}{c^4}+\cdots\right)$$

Taylorův rozvoj

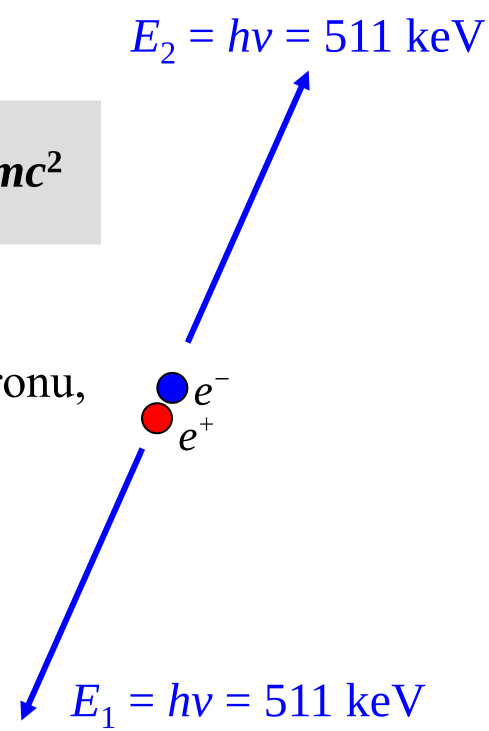
$$\frac{1}{\sqrt{1-x}} = \left(1+\frac{1}{2}x+\frac{3}{8}x^2+\cdots\right)$$

$$\underbrace{mc^2}_{\text{celková energie}} = \underbrace{m_0c^2}_{\text{klidová energie}} + \underbrace{\frac{1}{2}m_0V^2}_{\text{kinetická energie}} + \cdots$$

Energie tělesa je vždy rovna *mc*²

- např. anihilace elektronu a pozitronu, které se nacházejí v klidu

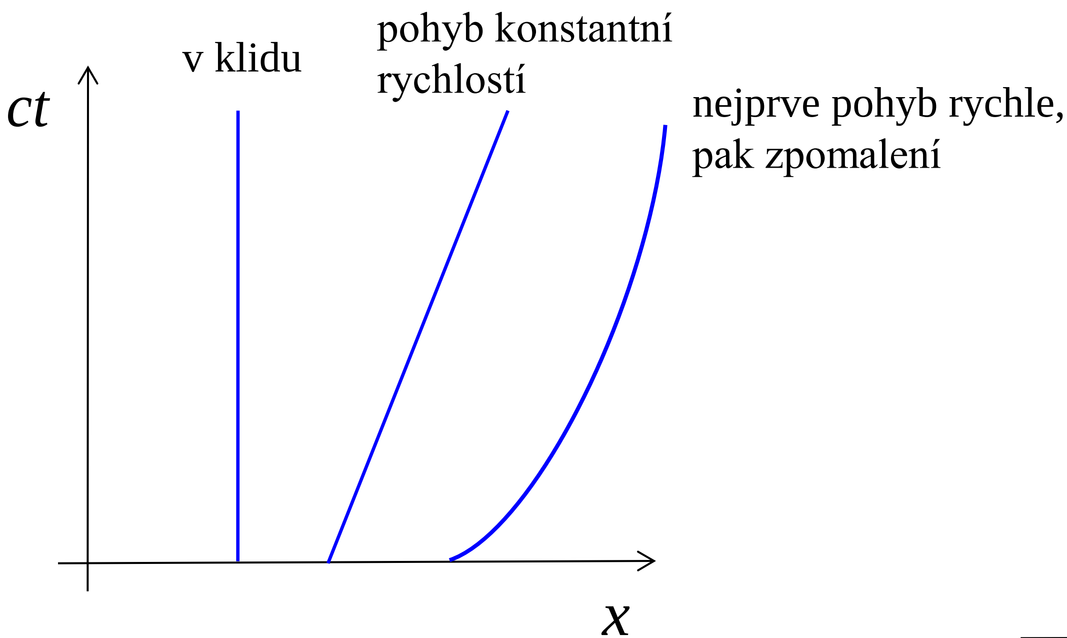
$$e^- + e^+ \rightarrow 2\gamma$$

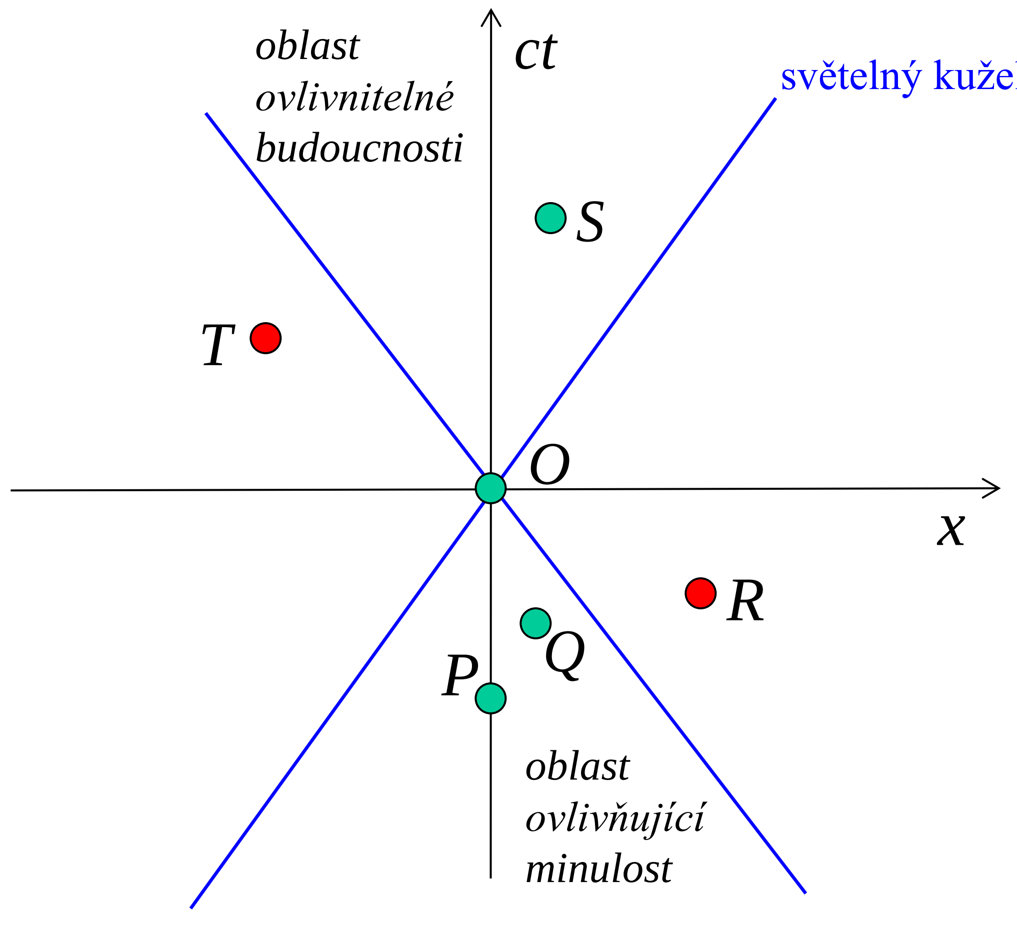


uvolněná energie: $\Delta E = 2m_0c^2 = 2\times 511\,\text{keV} = 1.6\times 10^{-13}\,\text{J}$

energie anihilačních fotonů: $\Delta E = 2h\nu = 2\times 511\,\text{keV} = 1.6\times 10^{-13}\,\text{J}$

Prostoročas





Lorentzova transformace a její důsledky

$$x' = \gamma(x - Vt),\ y' = y\,, \qquad z' = z\,, \qquad t' = \gamma\left(t - \frac{Vx}{c^2}\right).$$

Einsteinův adiční teorém skládání rychlostí pomocí Lorentzovy transformace:

Odvodíme adiční teorém rychlosti pomocí Lorentzovy transformace. Z 12(2.5) najdeme

$$\mathrm{d}x' = \gamma(\mathrm{d}x - V\,\mathrm{d}t)\,, \qquad \mathrm{d}t' = \gamma(\mathrm{d}t - Vc^{-2}\,\mathrm{d}x)\,.$$

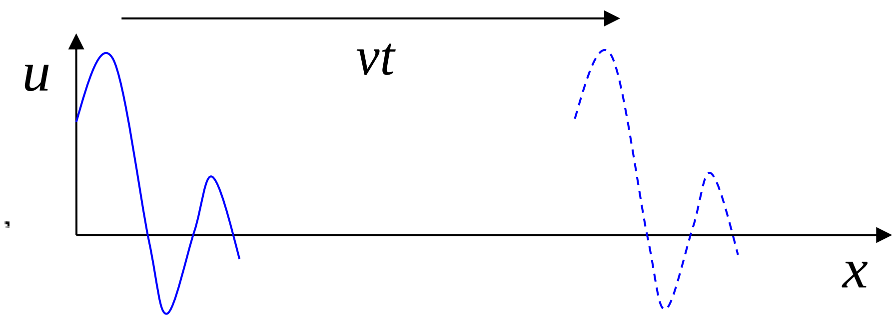
Vydělením obou těchto rovnic dostaneme

$$\frac{\mathrm{d}x'}{\mathrm{d}t'} = \frac{\mathrm{d}x - V\,\mathrm{d}t}{\mathrm{d}t - c^{-2}V\,\mathrm{d}x} = \frac{(\mathrm{d}x/\mathrm{d}t) - V}{1 - c^{-2}V(\mathrm{d}x/\mathrm{d}t)}\,.$$

Zavedeme-li rychlosti částice v obou soustavách $v'_x = \mathrm{d}x'/\mathrm{d}t'$, $v_x = \mathrm{d}x/\mathrm{d}t$, dostaneme *Einsteinův adiční teorém rychlosti*

$$v'_x = \frac{v_x - V}{1 - c^{-2}Vv_x}\,, \qquad v_x = \frac{V + v'_x}{1 + c^{-2}Vv'_x}\,. \qquad 12(2.7)$$

• vlna s výchylkou: $u(x,t) = f(x \pm vt)$



můžeme vlnovou funkci přepsat do tvaru:

$$u(x,t) = A\cos(kx - \omega t)$$

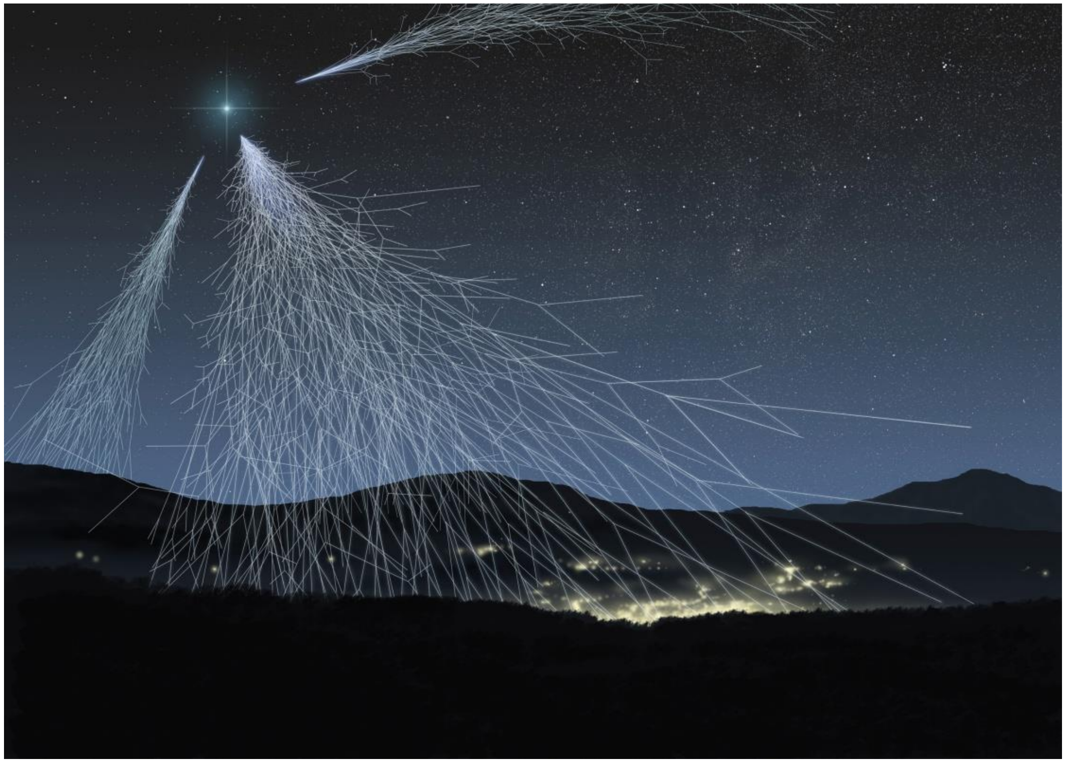
Kosmické záření

kosmické zářeni

90 % protony

9 % α-částice

1 % težší jádra & ostatní částice (e^-, e^+, p^-)



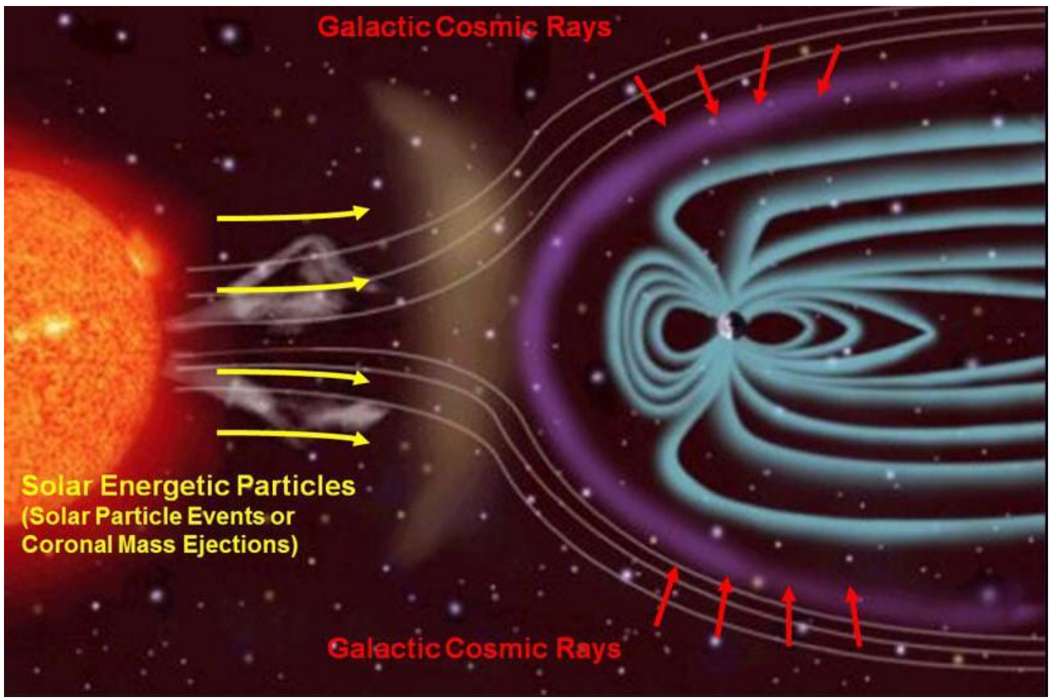
Zdroje pozitronů

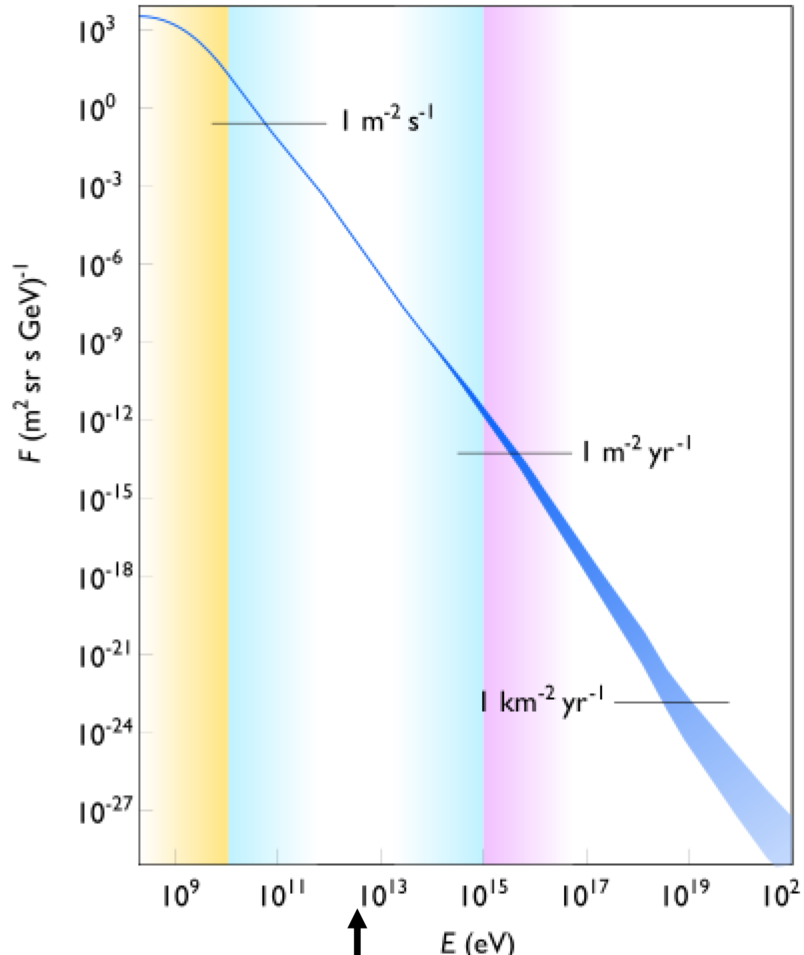
kosmické zářeni

90 % protony

9 % α-částice

1 % težší jádra & ostatní částice (e^-, e^+, p^-)





7 TeV (LHC, CERN)

Zdroje pozitronů

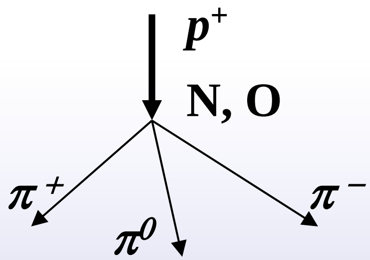
kosmické zářeni

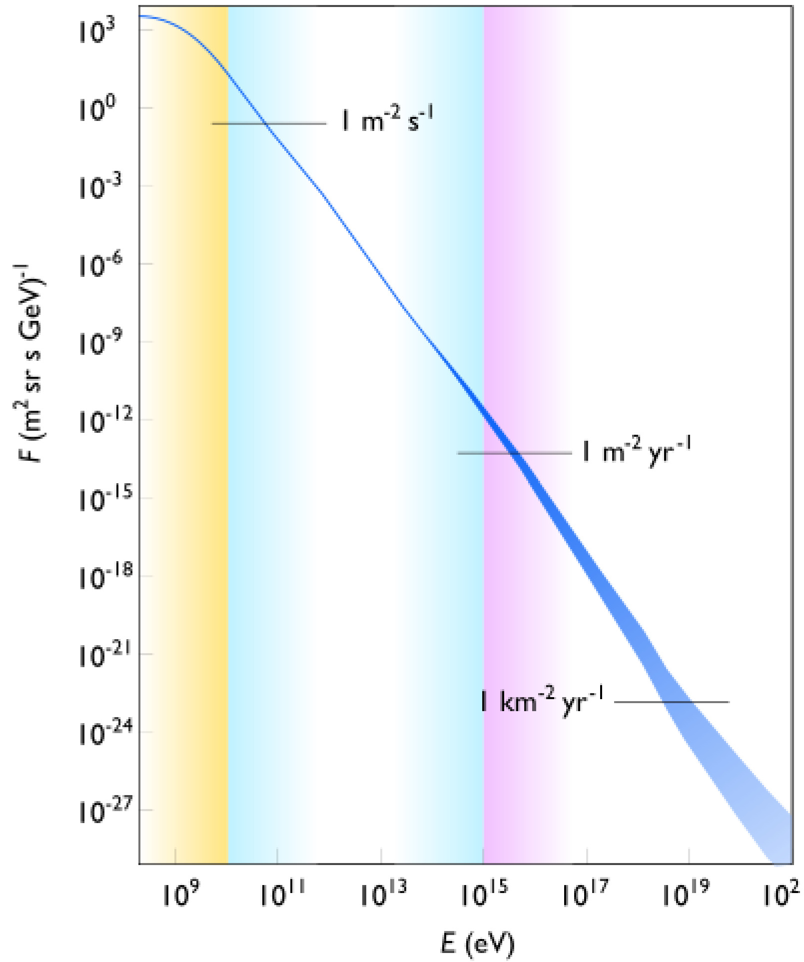
90 % protony

9 % α-částice

1 % težší jádra & ostatní částice (e^-, e^+, p^-)

interakce s atmosférou





Zdroje pozitronů

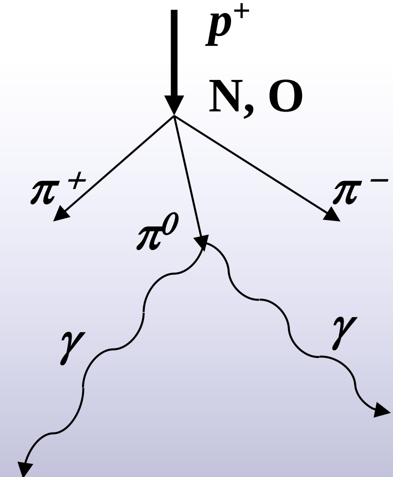
kosmické zářeni

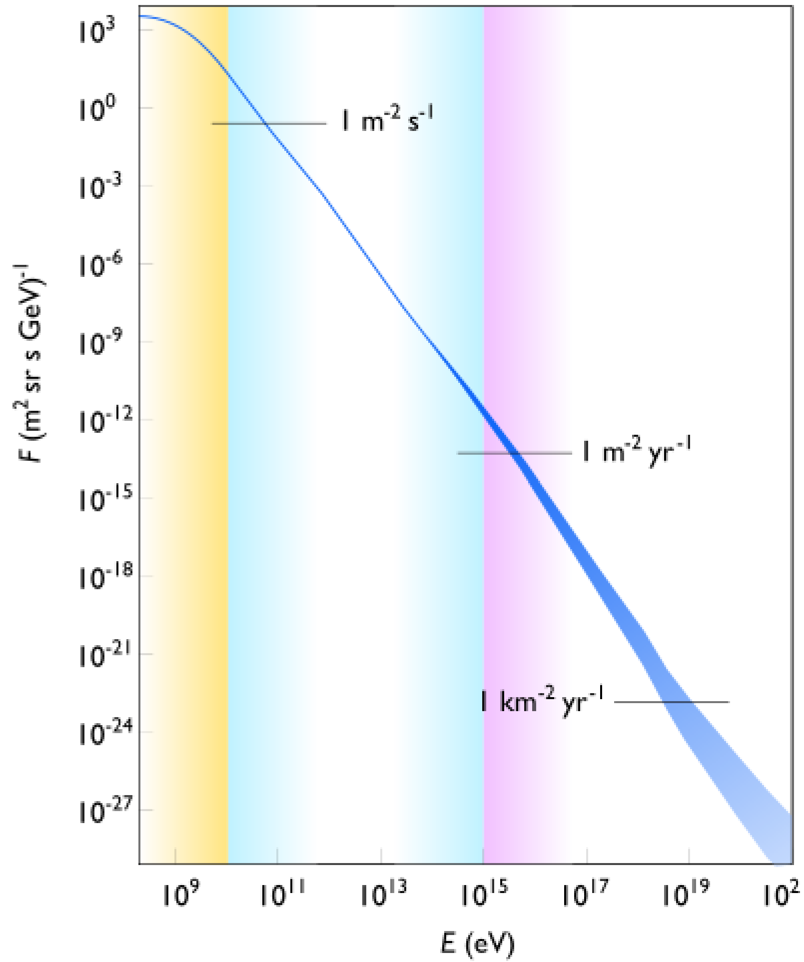
90 % protony

9 % α-částice

1 % težší jádra & ostatní částice (e^-, e^+, p^-)

interakce s atmosférou





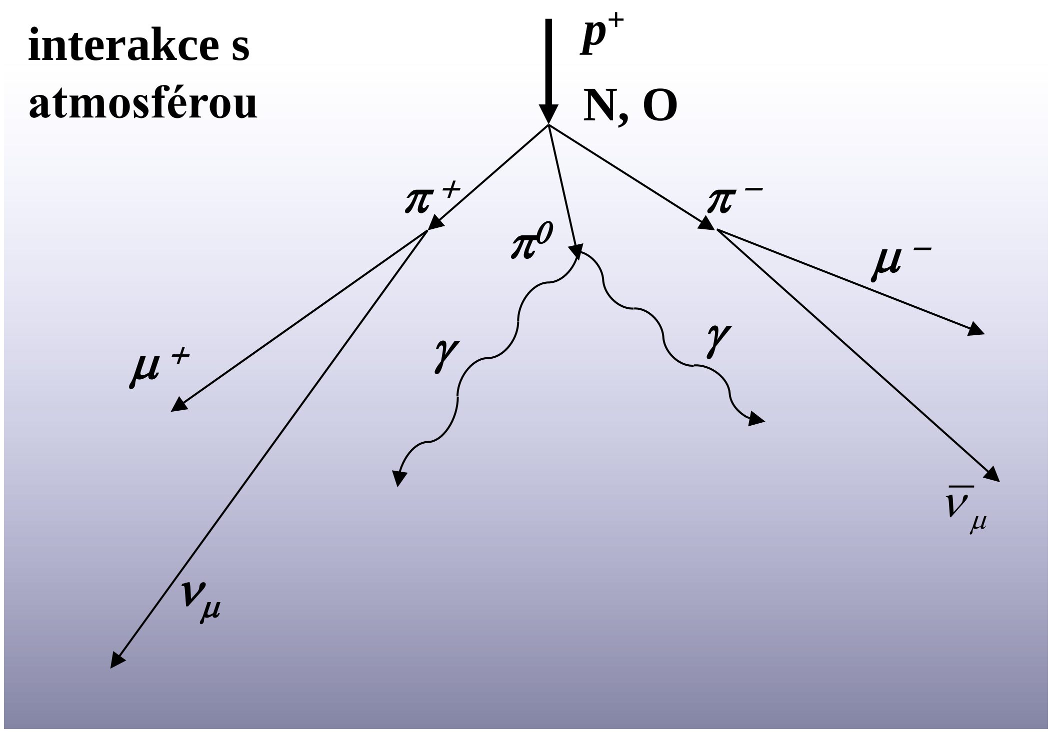
Zdroje pozitronů

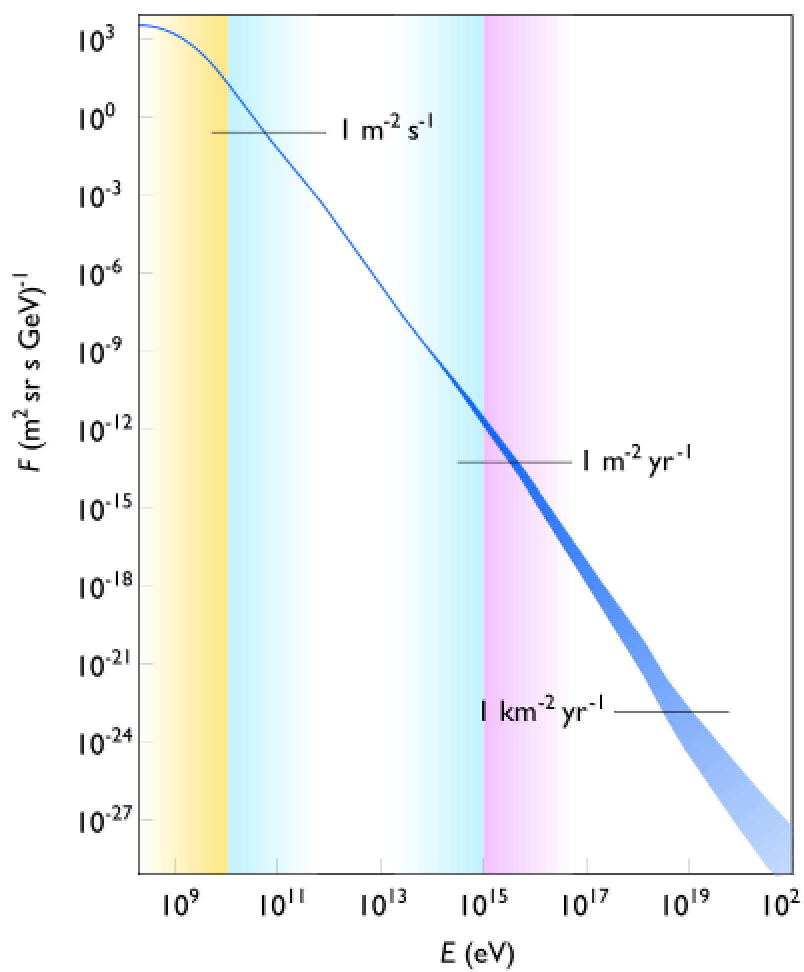
kosmické zářeni

90 % protony

9 % α-částice

1 % težší jádra & ostatní částice (e^-, e^+, p^-)





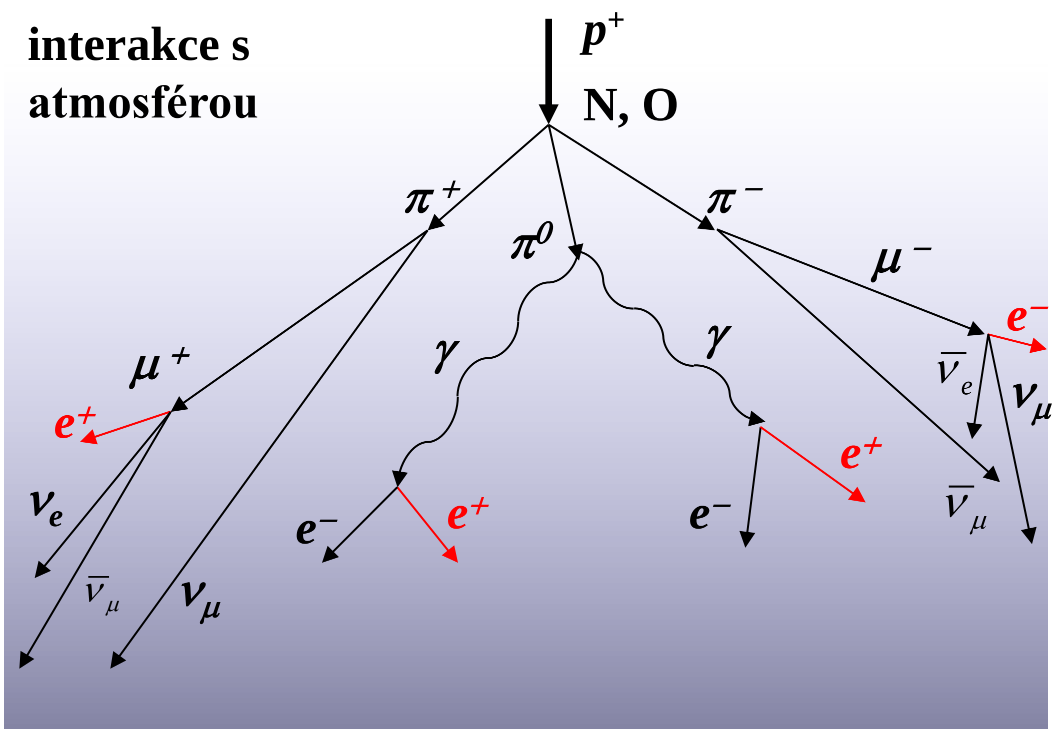
Zdroje pozitronů

kosmické zářeni

90 % protony

9 % α-částice

1 % težší jádra & ostatní částice (e^-, e^+, p^-)



- doba života mionů: 2.2 μs
- vznik v horních vrstvách atmosféry ≈ 10 km
- klasická mechanika: i kdyby letěly rychlostí světla neurazí víc než ≈ 660 m
- relativisticky:

$$\Delta t' = \frac{\Delta t}{\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}}$$

- $V \approx 0.999$ c

$$\Delta t' = \frac{\Delta t}{\sqrt{1-0.999^2}} \approx 22\Delta t \Rightarrow 15\,\text{km}$$